

Контрольная работа №1. Векторы.  
Вариант 1.

1.  $ABCD$  – параллелограмм,  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ ,  $K \in BC$ ,  $L \in AD$ ,  $BK : KC = 2 : 3$ ,  $AL : LD = 3 : 2$ .  
Найдите разложение вектора  $\vec{KL}$  по неколлинеарным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

2. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD=20$  и  $BC=8$ ,  $O$  – точка пересечения диагоналей. Разложите вектор  $\vec{DO}$  по векторам  $\vec{AD} = \vec{a}$  и  $\vec{AB} = \vec{b}$ .

3. Диагонали ромба  $AC = a$ ,  $BD = b$ . Точка  $K \in BD$  и  $BK : KD = 1 : 3$ . Найдите величину  $|\vec{AK}|$ .

4. В равнобедренной трапеции острый угол равен  $60^\circ$ , боковая сторона равна 12 см, большее основание равно 30 см. Найдите среднюю линию трапеции.

5. В прямоугольнике  $ABCD$  известно, что  $AD=a$ ,  $DC=b$ ,  $O$  – точка пересечения диагоналей. Найдите величину  $|\vec{AB} + \vec{DO} - \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{CD}|$ .

Контрольная работа №1. Векторы.  
Вариант 2.

1.  $ABCD$  – параллелограмм,  $\vec{AD} = \vec{a}$ ,  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $K \in BC$ ,  $L \in AD$ ,  $BK : KC = 3 : 4$ ,  $AL : LD = 4 : 3$ .  
Найдите разложение вектора  $\vec{KL}$  по неколлинеарным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

2. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD=15$  и  $BC=10$ ,  $O$  – точка пересечения диагоналей. Разложите вектор  $\vec{BO}$  по векторам  $\vec{AD} = \vec{a}$  и  $\vec{AB} = \vec{b}$ .

3. Диагонали ромба  $AC = a$ ,  $BD = b$ . Точка  $K \in AC$  и  $AK : KC = 2 : 3$ . Найдите величину  $|\vec{DK}|$ .

4. В равнобедренной трапеции острый угол равен  $60^\circ$ , боковая сторона равна 10 см, меньшее основание равно 14 см. Найдите среднюю линию трапеции.

5. В прямоугольнике  $ABCD$  известно, что  $AB=a$ ,  $BC=b$ ,  $O$  – точка пересечения диагоналей. Найдите величину  $|\vec{AO} - \vec{BC} + \vec{OD} - \vec{OB} + \vec{DC}|$ .

## Контрольная работа №2.

### Метод координат.

#### Вариант 1.

$$\vec{m} = -38\vec{a} + 39\vec{b} \text{ и } \vec{n} = 3\left(\frac{2}{5}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}\right) + 4\left(\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{2}{5}\vec{b}\right).$$

1. Установите связь между векторами

2. Векторы  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$  и  $\vec{n} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$  разложены по неколлинеарным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Разложите векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  по векторам  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ .

3. Четырехугольник имеет вершины с координатами  $A(1;1)$ ,  $B(3;5)$ ,  $C(9;-1)$ ,  $D(7;-5)$ . Определите вид четырехугольника (с обоснованием) и найдите его диагонали.

4. Напишите уравнение окружности с центром в точке  $C(-3;1)$ , проходящей через точку  $A(2;3)$ .

5. Прямая  $l$  проходит через точки  $A(-3;1)$  и  $B(1;-7)$ . Напишите уравнение прямой  $m$ , проходящей через точку  $C(5;6)$  и перпендикулярной прямой  $l$ .

#### Вариант 2.

$$\vec{m} = -37\vec{a} + 10\vec{b} \text{ и } \vec{n} = 5\left(\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{4}\vec{b}\right).$$

1. Установите связь между векторами

2. Векторы  $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $\vec{n} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$  разложены по неколлинеарным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Разложите векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  по векторам  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ .

3. Четырехугольник имеет вершины с координатами  $A(-6;1)$ ,  $B(2;5)$ ,  $C(4;-1)$ ,  $D(-4;-5)$ . Определите вид четырехугольника (с обоснованием) и найдите его диагонали.

4. Напишите уравнение окружности с центром в точке  $C(2;-3)$ , проходящей через точку  $A(-1;-2)$ .

5. Прямая  $l$  проходит через точки  $A(2;-1)$  и  $B(-3;9)$ . Напишите уравнение прямой  $m$ , проходящей через точку  $C(3;10)$  и перпендикулярной прямой  $l$ .

### Контрольная работа №3.

Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов.

#### Вариант 1.

1. Упростите выражение

$$\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha + 3 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$-2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

2. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ ,  $AB = c$ . Найдите площадь треугольника и радиус окружности, описанной около него.

3. В параллелограмме  $ABCD$  даны стороны  $AB=4$  см,  $AD=5\sqrt{2}$  см и угол  $\angle A=45^\circ$ . Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

4. Найдите координаты вектора  $\vec{b}$ , если  $|\vec{b}|=\sqrt{136}$ ,  $\vec{b} \circ \vec{a}$ ,  $\vec{a}\{3; -5\}$ , а угол между вектором  $\vec{b}$  и положительным направлением оси абсцисс острый.

5. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$  и  $\vec{n}=2\vec{a}+5\vec{b}$ , если  $\vec{a}\{-3; 1\}$ ,  $\vec{b}\{2; -2\}$ .

## Вариант 2.

1. Упростите выражение

$$-2\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha - 3\sin^2\alpha \cdot \cos\alpha + 3\sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$$

2. В треугольнике  $ABC$   $\angle A=\alpha$ ,  $\angle B=\beta$ ,  $BC=a$ . Найдите площадь треугольника и радиус окружности, описанной около него.

3. В параллелограмме  $ABCD$  даны стороны  $AB=8$  см,  $AD=3\sqrt{3}$  см и угол  $\angle A=60^\circ$ . Найдите диагонали параллелограмма и его площадь.

4. Найдите координаты вектора  $\vec{b}$ , если  $|\vec{b}|=\sqrt{117}$ ,  $\vec{b} \circ \vec{a}$ ,  $\vec{a}\{-3; 2\}$ , а угол между вектором  $\vec{b}$  и положительным направлением оси абсцисс тупой.

5. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{m}=2\vec{a}-3\vec{b}$  и  $\vec{n}=3\vec{a}+4\vec{b}$ , если  $\vec{a}\{-2; 3\}$ ,  $\vec{b}\{3; -1\}$ .

## Контрольная работа №4. Длина окружности и площадь круга.

### Вариант 1.

1. Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся как 3:4:5. Периметр этого четырехугольника равен 48 см. Найдите длины его сторон.

2. Около правильного шестиугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина большей окружности равна  $4\pi$ . Найдите площадь кольца и площадь шестиугольника.

3. Хорда окружности равна  $5\sqrt{2}$  и стягивает дугу в  $90^\circ$ . Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

4. Найдите радиус сектора, если площадь соответствующего сегмента равна

$$\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}.$$

5. В треугольник вписана окружность радиуса 3 см. Найдите длины сторон треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки длиной 4 см и 3 см.

### Вариант 2.

1. Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся как 4:5:6. Периметр этого четырехугольника равен 80 см. Найдите длины его сторон.

2. Около правильного треугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина меньшей окружности равна  $8\pi$ . Найдите площадь кольца и площадь треугольника.

3. Хорда окружности равна 6 и стягивает дугу в  $60^\circ$ . Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

4. Найдите радиус сектора, если площадь соответствующего сегмента равна  $3\pi - 9$ .

5. В треугольник вписана окружность радиуса 4 см. Найдите длины сторон треугольника, если одна из них разделена точкой касания на отрезки длиной 4 см и 5 см.

### Контрольная работа №5. Движени

#### Вариант 1.

1. Точка  $A(-2;3)$  симметрична точке  $A_1(6;-9)$  относительно точки  $B$ . Найдите координаты точки  $B$ .

2. Дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(2;1)$ ,  $B(-6;1)$ ,  $C(-1;5)$ . Треугольник  $A_1B_1C_1$  симметричен треугольнику  $ABC$  относительно прямой, заданной уравнением  $x=1$ . Найдите координаты вершин  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ .

3. Найдите вектор  $\vec{a}$  параллельного переноса, при котором прямая  $y=3x-2$  переходит в прямую  $y=3x+4$ , а прямая  $3x+2y=2$  переходит в прямую  $6x+4y=3$ .

4. В результате поворота вокруг точки  $B(1;2)$  на  $60^\circ$  против часовой стрелки точка  $A(4;2)$  перешла в точку  $A_1$ . Найдите координаты этой точки.

5. Прямая  $m$  задана уравнением  $3x+2y-5=0$ . Прямая  $n$  симметрична прямой  $m$  относительно точки  $B(2;3)$ . Напишите уравнение прямой  $n$ .

#### Вариант 2.

1. Точка  $A(-3;1)$  симметрична точке  $A_1(9;-5)$  относительно точки  $B$ . Найдите координаты точки  $B$ .
2. Дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-4;5)$ ,  $B(1;5)$ ,  $C(-3;-1)$ . Треугольник  $A_1B_1C_1$  симметричен треугольнику  $ABC$  относительно прямой, заданной уравнением  $y=1$ . Найдите координаты вершин  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ .
3. Найдите вектор  $\vec{a}$  параллельного переноса, при котором прямая  $y=2x-1$  переходит в прямую  $y=2x+3$ , а прямая  $2x+3y=1$  переходит в прямую  $4x+6y=5$ .
4. В результате поворота вокруг точки  $B(2;1)$  на  $30^\circ$  против часовой стрелки точка  $A(6;1)$  перешла в точку  $A_1$ . Найдите координаты этой точки.
5. Прямая  $m$  задана уравнением  $2x+3y-7=0$ . Прямая  $n$  симметрична прямой  $m$  относительно точки  $B(3;2)$ . Напишите уравнение прямой  $n$ .

## Контрольная работа №6.

### Вариант 1.

1. В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E \in AC$ ,  $AE:EC=1:5$ . Разложите вектор  $\vec{CE}$  по векторам  $\vec{a}=\vec{AD}$  и  $\vec{b}=\vec{CD}$ .
2. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{m}=2\vec{a}-3\vec{b}$ ,  $\vec{n}=\vec{a}+2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=\sqrt{3}$  и угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $30^\circ$ .
3. Около круга радиусом  $R$  описан правильный шестиугольник. Найдите разность между площадью шестиугольника и круга.

4. Напишите уравнение окружности, симметричной относительно точки  $A(-1;3)$  окружности, заданной уравнением  $x^2+y^2-4x+6y=0$

5. Первая окружность радиуса 4 см касается трех сторон прямоугольника. Вторая окружность касается первой внешним образом, а также касается сторон прямого угла. Найдите максимальный радиус второй окружности, если стороны прямоугольника равны 8 см и 12 см.

### Вариант 2.

1. В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E \in BD$ ,  $BE:ED=1:4$ . Разложите вектор  $\vec{DE}$  по векторам  $\vec{a}=\vec{AD}$  и  $\vec{b}=\vec{CD}$ .

2. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{m}=2\vec{a}+3\vec{b}$ ,  $\vec{n}=\vec{a}-2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=\sqrt{3}$  и угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $30^\circ$ .

3. Около круга радиусом  $R$  описан правильный треугольник. Найдите разность между площадью треугольника и круга.

4. Напишите уравнение окружности, симметричной относительно точки  $A(-2;3)$  окружности, заданной уравнением  $x^2+y^2+6x-4y=0$

5. Первая окружность радиуса 9 см касается трех сторон прямоугольника. Вторая окружность касается первой внешним образом, а также касается сторон прямого угла. Найдите максимальный радиус второй окружности, если стороны прямоугольника равны 18 см и 20 см.

### Контрольная работа № 7. Итоговая по курсу геометрии (7-9 классы)



### Вариант 1.

1. В равнобедренный треугольник с основанием 10 см и боковой стороной  $5\sqrt{2}$  см вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании, а другие две вершины – на боковых сторонах. Найдите сторону квадрата.
2. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 12 см и 16 см.
3. Найдите длину медианы  $BM$  треугольника  $ABC$ , если координаты вершин треугольника  $A(2;5)$ ,  $B(0;0)$ ,  $C(4;3)$ .
4. Точка  $M$  является серединой боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника  $MCD$  равна  $28\text{ см}^2$ .
5. Окружность радиуса 2 см, центр  $O$  которой лежит на гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , касается его катетов. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $OA = \sqrt{5}$  см.

### Вариант 2.

1. В равнобедренный треугольник с основанием 14 см и боковой стороной  $7\sqrt{2}$  см вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании, а другие две вершины – на боковых сторонах. Найдите сторону квадрата.
2. Найдите площадь круга, вписанного в ромб с диагоналями, равными 16 см и 30 см.
3. Найдите длину медианы  $CP$  треугольника  $ABC$ , если координаты вершин треугольника  $A(-3;-2)$ ,  $B(-13;14)$ ,  $C(0;0)$ .
4. Точка  $M$  является серединой боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Найдите площадь треугольника  $MCD$ , если площадь трапеции равна  $38\text{ см}^2$ .

5. Окружность радиуса 3 см, центр  $O$  которой лежит на гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , касается его катетов. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $OA = \sqrt{10}$  см.